

бралася обмеженою і призначалася лише для якісного відображення розподілу температури. Поля температур, одержані МСЕ на грубій сітці адекватні наведеним і не приводяться.

Порівняння чисельних значень виконувалось у вузлових точках граничних елементів. І практично для всіх результати одержані МГІР краще співпадають з еталонним ніж МСЕ. Наприклад, у випадку для квадрату, щоб одержати співпадіння результатів МСЕ з точністю 3-х знаків з рішенням МГІР довелося збільшити кількість СЕ до 340 (з лінійною апроксимацією невідомих).

**7. Висновки.** В роботі викладені основні положення методики побудови ГІР для класичних рівнянь математичної фізики в частинних похідних, які можуть бути корисними при рішенні практично важливих інженерних задач великого розміру. Розглянуто можливості програмної реалізації алгоритму, побудови геометрії, сітки та візуалізації результатів за допомогою широкодоступних пакетів Maple, HyperMesh, SolidWorks, Ansys.

Виконана реалізація МГІР одного практично важливого типу рівнянь – Пуассона. Результати розрахунків модельних задач відповідають репутації МГІР як високоефективного чисельного методу рішення задач механіки.

**Список літератури:** 1. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. – М.: Мир, 1987. 2. Беляев Н.М. Основы теплопередачи:– К.: Вища школа.

*Надійшла до редколегії 04.11.2008.*

УДК 539.3

**С.ДАРЯЗАДЕ**; НТУ «ХПИ»

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОУПРУГОГО СОСТОЯНИЯ ТОРМОЗНОГО ДИСКА АВТОМОБИЛЯ**

У роботі розглядається напружений і деформований стан гальмівного диска автомобіля при силовому й температурному навантаженнях. Виконано аналіз зовнішніх впливів на гальмівний диск при екстреному гальмуванні. За допомогою МСЕ розв'язано задачі нестационарної теплопровідності й термопружності.

Stresses and deformed states of the car brake disk are considered in the work with force and temperature loading. The analysis of external forcing on the brake disk under emergency braking is executed. The tasks of non-stationary heat conductivity and thermoelasticity are solved by the finite-element method.

**Введение.** Динамичное вождение автомобиля предполагает частое и интенсивное торможение, а эффективность торможения с повышением температуры тормозных устройств падает. При нагрузках тормозные диски могут нагреваться до очень высоких температур, и если это тепло передается ступице, то вероятен выход из строя этого узла.

**Постановка задачи.** Расчеты напряженно-деформированного состояния деталей машин по уточненным расчетным схемам от действия всех видов силового и температурного нагружений имеют важное место в механике. Данная задача может служить примером достаточно эффективного использования новых возможностей моделирования и рационального проектирования в системе пространственного твердотельного ANSYS.

Тормозной диск представляет собой одну из самых ответственных деталей тормозной системы. Его долговечность зависит от двух факторов: температурного и напряженного состояний, вызванных силами трения при торможении. Конструкция тормозного диска является осесимметричной, однако несимметричное приложение нагрузки не позволяет применить осесимметричную расчетную модель. Рассматриваются два вида моделей тормозных дисков для двух типов задач (рис. 1<sup>1</sup>): задачи термоупругости и статической задачи от действия сил торможения, передаваемых на диск через тормозные колодки.

**Исходные данные для расчета.** Автомобиль массой  $m = 1000$  кг, движущийся со скоростью  $v = 120$  км/ч, начинает торможение и через  $t = 6$  секунд останавливается.

Кинетическая энергия автомобиля равна

$$U = mv^2/2 = 554 \cdot 10^3 \text{ Дж.} \quad (1)$$

Во время торможения колодки передают на диск тепловой поток суммарной мощностью

$$M = U/t = 92,3 \cdot 10^3 \text{ Вт.} \quad (2)$$

Мощность, которая передается на каждую сторону тормозного диска равна

$$M_I = M/8 = 11,5 \cdot 10^3 \text{ Вт.}$$

Удельный тепловой поток

$$T = M_I/S = 3,1 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2, \quad (3)$$

где  $S$  – площадь контакта между колодками и диском.

Это задача представляет собой нестационарную задачу теплопроводности. Для ее решения использовался программный комплекс ANSYS. При заданной нагрузке от тормозных колодок необходимо приложить силу нормального давления и силу трения.

Ускорение автомобиля при торможении

$$a = v/t = 5,55 \text{ м/с}^2. \quad (4)$$

Суммарное тормозное усилие  $F = ma$  передается на автомобиль через 4 колеса. Тормозное усилие на одном колесе  $F_0 = F/4$ . Это усилие передается с помощью 2-х тормозных колодок на тормозной диск. Его величина определяется из условий равенства крутящих моментов:

$$F_k = \frac{F_0 R}{2r}, \quad (5)$$

где  $R = 140$  мм – радиус колеса,  $r = 107$  мм – расстояние от центра колеса

---

<sup>1</sup>Рис. 1 размещен на цветной вкладке между страницами 66 и 67.

Рис. 7 до статті В.М.Грищенко, С.В.Гладкова

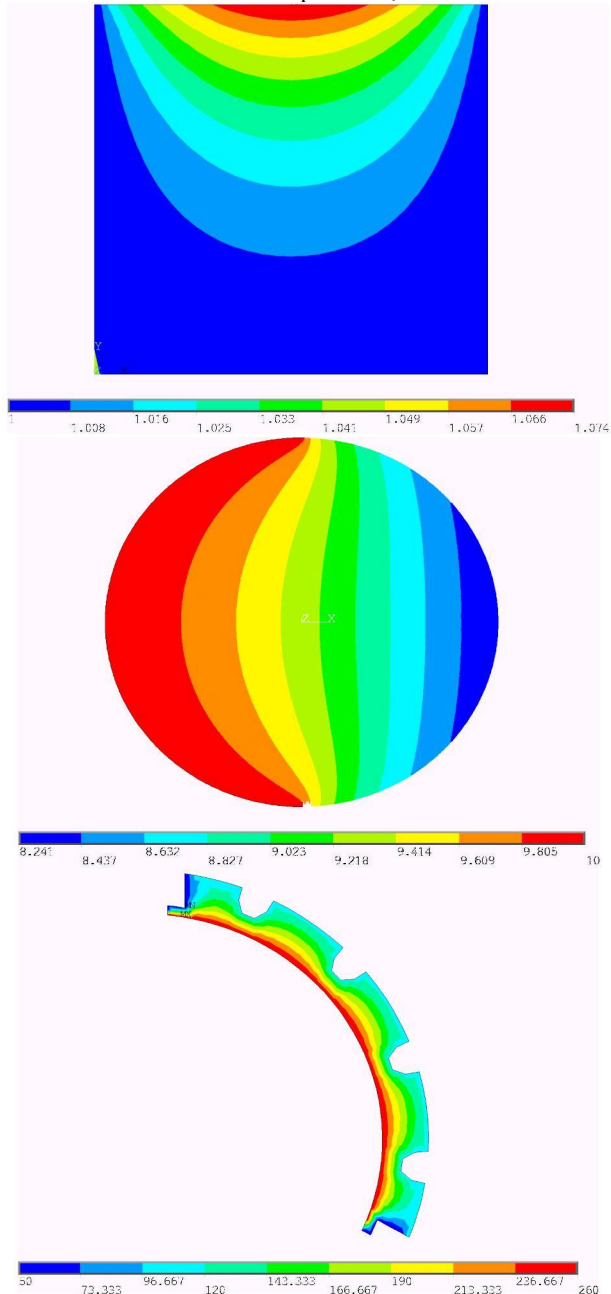


Рисунок 7 – Еталонні рішення модельних задач МСЕ

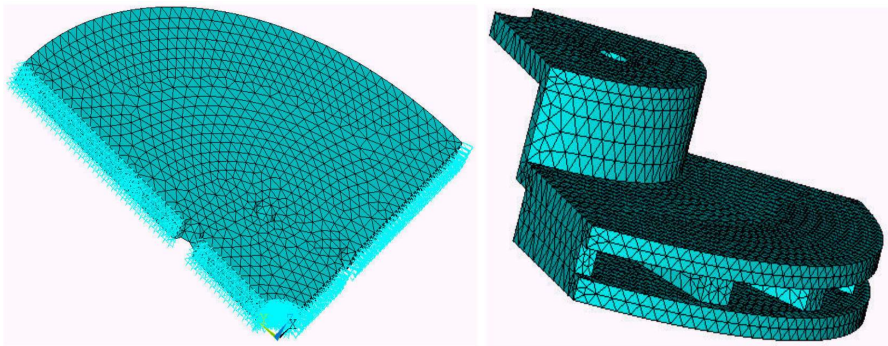


Рисунок 1 – Модели детали, разбитые на конечные элементы

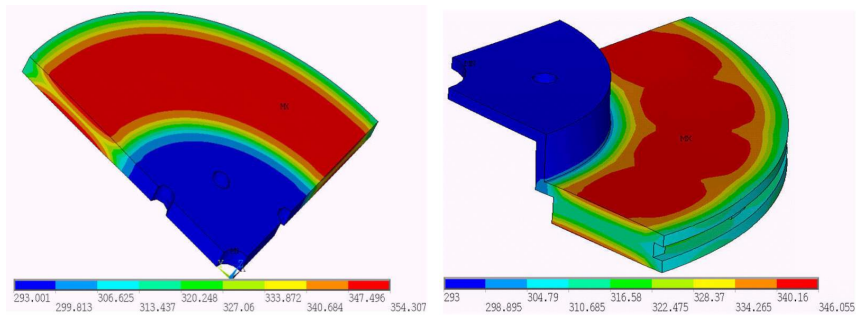


Рисунок 2 – Температурное состояние тормозного диска в момент времени 6 с, град. К

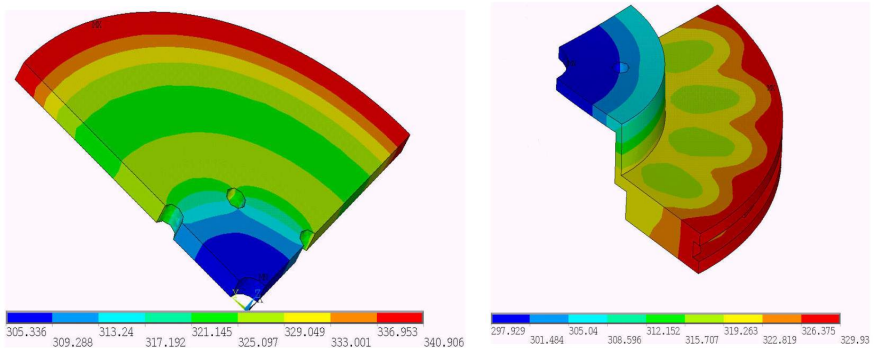


Рисунок 3 – Температурное состояние тормозного диска в момент времени 100 с, град. К

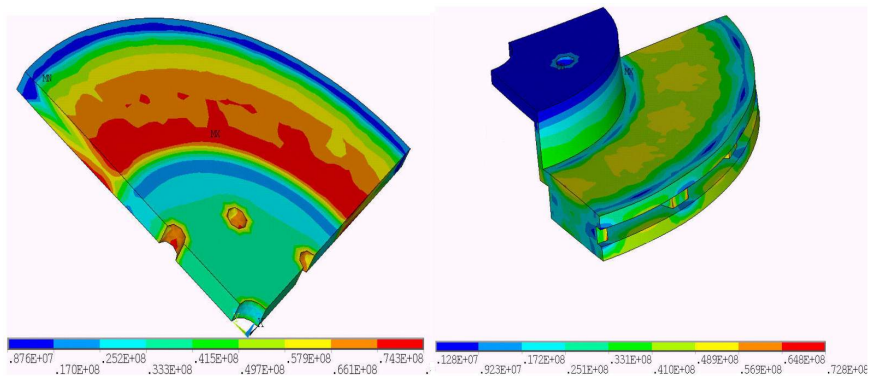


Рисунок 5 – Распределение эквивалентных напряжений в детали в момент времени 6 с.

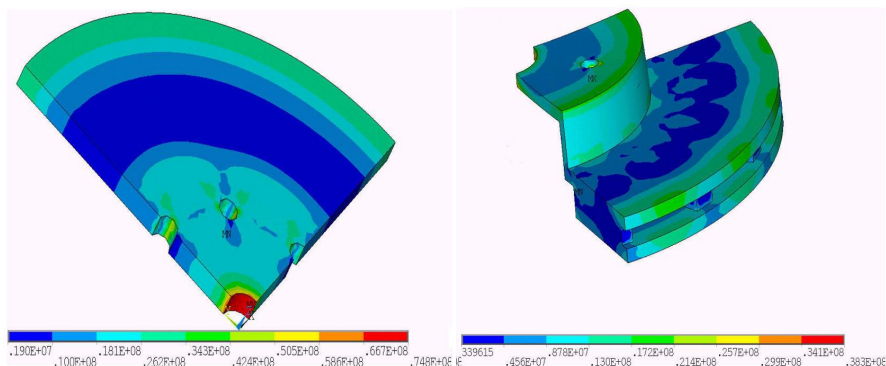


Рисунок 6 – Распределение эквивалентных напряжений в детали в момент времени 100 с.

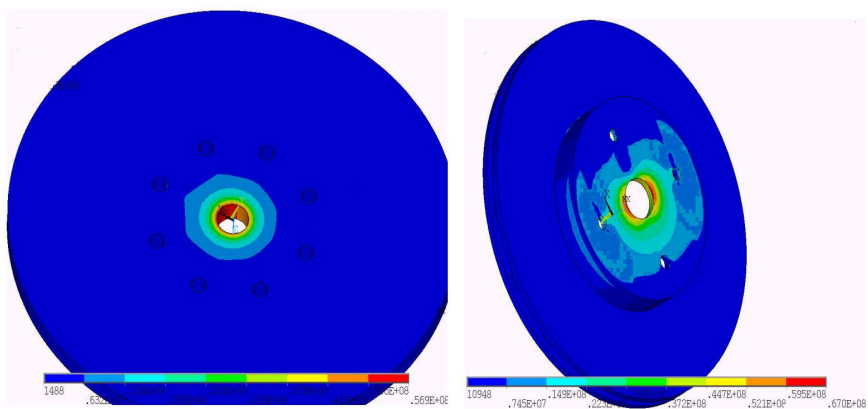


Рисунок 8 – Распределение эквивалентных напряжений в детали

до тормозной колодки. Величина касательного усилия составляет  $F_k = 4,55 \cdot 10^2$  Н. Величина нормального давления между тормозной колодкой и диском при коэффициенте трения 0,4 составляла

$$q = F_k / \mu S = 1,11 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2. \quad (6)$$

**Математическая модель.** Если температура тела изменяется, то наряду с напряжениями, вызванными силовой нагрузкой в теле могут возникнуть так называемые температурные напряжения. Определение этих напряжений составляет предмет температурной задачи теории упругости. Величина и закон распределения температурных напряжений зависят от изменения температуры тела, которое определяется решением задачи теплопроводности. Вполне естественно поэтому температурную задачу теории упругости рассматривать в комплексе с соответствующей задачей теории теплопроводности.

Разрешающая система уравнений термоупругости в перемещениях имеет вид [3]:

$$\mu \nabla^2 \bar{u} + (\lambda + \mu) \text{grad div } \bar{u} + \bar{F} - (3\lambda + 2\mu) \alpha_t \text{grad } t = 0, \quad (7)$$

где  $\bar{u}$  – вектор перемещений,

$\alpha_t$  – температурный коэффициент линейного расширения,

$\lambda, \mu$  – упругие постоянные Ламе,

$t$  – изменение температуры.

**Основные уравнения теории теплопроводности.** Для определения температурного поля в твердом теле пользуются уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau}, \quad (8)$$

где  $\tau$  – время;  $a = \lambda/c$  – температуропроводность ( $\lambda$  – теплопроводность;  $c$  – теплоемкость единицы объема).

В начальный момент времени  $\tau = 0$  температура тела должна также удовлетворять начальному условию

$$t(x, y, z, 0) = f(x, y, z) \quad (9)$$

и условиям на границе тела.

Обычно различают четыре вида граничных условий: граничные условия первого рода

$$t = f_1(M, \tau), \quad M \in S, \quad \tau > 0. \quad (10)$$

граничные условия второго рода

$$\frac{\partial t}{\partial n} = f_2(M, \tau), \quad M \in S, \quad \tau > 0. \quad (11)$$

граничные условия третьего рода

$$\frac{\partial t}{\partial n} = k(t - t_c) = 0 \quad (12)$$

на площади  $S$  при  $\tau > 0$ .

При идеальном тепловом контакте двух тел граничные условия будут

ИМЕТЬ ВИД:

$$t_1 = t_2; \quad \lambda_1 \cdot \frac{\partial t_1}{\partial n} = \lambda_2 \cdot \frac{\partial t_2}{\partial n} \text{ на площади } S \text{ при } \tau > 0. \quad (13)$$

где  $n$  — внешняя нормаль к поверхности тела,

$k = a_n / \lambda$  — относительный коэффициент,

$a_n$  — абсолютный коэффициент теплоотдачи в среду с температурой  $t_c$ ).

Характеристики материала (сталь):

$\nu = 0,3$  — коэффициент Пуассона;

$E = 0,2 \cdot 10^9$  Па — модуль упругости;

$\rho = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> — плотность;

$c = 465$  Дж/кг · град. — коэффициент теплоемкости;

$\lambda = 47$  Вт/м · град. — коэффициент теплопроводности;

$\alpha = 10 \cdot 10^{-6}$  — коэффициент температурного расширения материала;

$a_n = 50$  Вт/м<sup>2</sup> · град. — коэффициент теплоотдачи.

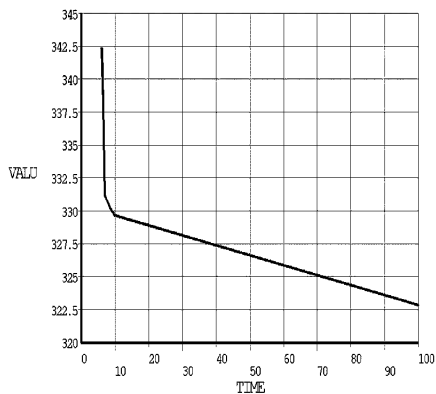
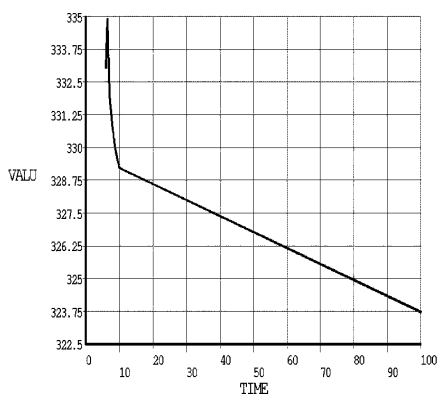


Рисунок 4 – Графики изменения температуры во времени

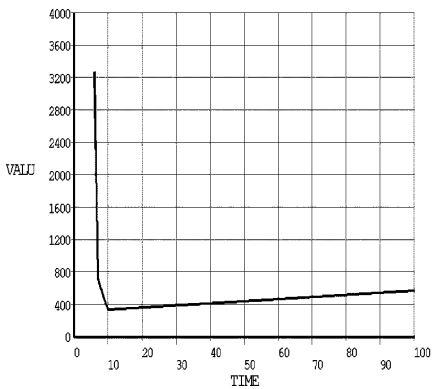
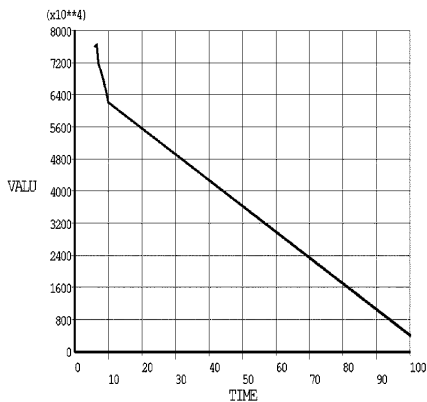


Рисунок 7 – Графики изменения напряжений во времени

Толщина диска первой модели равна составляет 10 мм, толщина каждого из дисков второй модели – 7 мм, высота ребер равна 10 мм, радиус отверстий равен 0,5 мм.

Температурное состояние диска в моменты времени 6 с. и 100 с. показано на рис. 2,3<sup>1</sup>. График изменения во времени температуры в зоне контакта диска с тормозными колодками показан на рис. 4.

Распределение эквивалентных напряжений в детали показано на рис. 5, 6<sup>1</sup>. График изменения во времени напряжений в зоне контакта диска с тормозными колодками показан на рис. 7<sup>1</sup>.

Распределение эквивалентных напряжений показано на рис. 8.

**Выводы.** В работе рассматривается напряженное и деформированное состояние тормозного диска автомобиля при силовом и температурном нагружениях. Выполнен анализ внешних воздействий на тормозной диск при экстренном торможении. Решены задачи нестационарной теплопроводности и термоупругости.

**Список литературы:** 1. Безухов Н.И. Основы теории упругости пластичности и ползучести. – М.: Высшая школа, 1968. – 505 с. 2. Будкин А., Ерыгин Д. Тормозные диски «Волги» // За рулем. – № 8. – 2003. 3. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. – Киев, Наукова думка, 1970. – 308 с. 4. Кухтов В.Г. Долговечность деталей шасси колесных тракторов. – Харьков, 2001. 5. Кухтов В.Г., Щербак О.В., Лесь А.Н. Комплексная оценка долговечности колесных тормозов тракторов типа Т-150К // Вестник НТУ «ХПИ». – № 25. – 2001. 6. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973. – 736 с. 7. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 708 с. 8. Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов. – М.: Высшая школа, 1985. – 392 с. 9. Партон В.З., Перлин П.И. Методы математической теории упругости. – М.: Наука, 1981. – 688 с. 10. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. – Киев, Наукова думка, 1968. – 888 с. 11. Тарабасов Н.Д. Расчет напряженных посадок в машиностроении. – М.: Машгиз, 1961. – 268 с. 12. Тимошенко С.П. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с. 13. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. – Ленинград, Наука, 1967. – 402 с. 14. Шнейдер П. Инженерные проблемы теплопроводности. – Москва, Изд-во иностранной литературы, 1960. – 478 с.

*Поступила в редколлегию 08.12.2008*

---

<sup>1</sup>Рис. 2,3,5,6,8 размещены на цветной вкладке между страницами 66 и 67.